Probabilidade

Definições e Conceitos

Definições

- Probabilidade
  - Medida das incertezas relacionadas a um evento
  - chances de ocorrência de um evento
- Exemplos:
  - Probabilidade de jogar um dado e cair o número 2
  - Chance de ser assaltado ao sair de casa
  - Probabilidade de ganhar no *poker*

Definições

Conceito Clássico de Probabilidade

Se há "***n***" possibilidades igualmente prováveis, das quais uma deve ocorrer e, destas, "***s***" são consideradas como um sucesso, então a probabilidade do resultado ser um sucesso é de **s / n**.

- Observações sobre esta definição
  - Supõe-se que todos os eventos tenham a mesma chance de ocorrer (equiprováveis)
  - **s** → eventos de interesse que podem ocorrer
  - **n** → eventos possíveis que podem ocorrer

Exemplo 1

- Qual a probabilidade de se extrair um ás de baralho bem misturado de 52 cartas?
  - Bem misturado significa – qualquer carta tem a mesma chance de ser extraída.
  - Como temos 4 ases em 52 cartas: <u>4/52 = 1/13</u>
- Observações:
  - problema clássico de probabilidade, uma vez que todas as cartas tem a mesma chance de ocorrer
  - s → sucesso - total de eventos de interesse: 4 ases
  - n → total de possíveis retiradas: 52 cartas

Exemplo 2

- Qual a probabilidade de obter um 3 ou um 4 em uma jogada de um dado equilibrado.
  - Probabilidade = 2/6 = 1/3
- Observações:
  - problema clássico de probabilidade, uma vez que o dado está “equilibrado”.
  - s = resultado de interesse = 2 (3 ou 4)
  - n = resultados possíveis = 6 (1,2,3,4,5,6)

Exemplo 3

- Se H representa “cara” (*head*) e T representa “coroa” (*tail*), os quatro resultados possíveis de duas jogadas de uma moeda são:

  HH HT TH TT

- Admitindo resultados igualmente prováveis, qual a probabilidade de obtermos:
  - zero caras:
  - uma cara:
  - duas caras:

Exemplo 3

- Se H representa “cara” (*head*) e T representa “coroa” (*tail*), os quatro resultados possíveis de duas jogadas de uma moeda são:

  HH HT TH TT

- Admitindo resultados igualmente prováveis, qual a probabilidade de obtermos:
  - zero caras: $s=1$; $n=4 \Rightarrow s/n=1/4$
  - uma cara: $s=2$; $n=4 \Rightarrow s/n=2/4=1/2$
  - duas caras: $s=1$; $n=4 \Rightarrow s/n=1/4$

Exemplo 4

- Qual a probabilidade de obtermos 7 jogando duas vezes um dado?
  - s: resultados de interesse =
  - n: resultados possíveis =

Exemplo 4

- Qual a probabilidade de obtermos 7 jogando duas vezes um dado?
  - s: resultados de interesse = 6

    6-1   1-6   2-5   5-2   3-4   4-3
  - n: resultados possíveis = 36

1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

Probabilidade

$s / n = 6 / 36 = 1 / 6$

Exemplo 5

- Numa gaveta, há dez pares distintos de meias. Em um dos pares, ambos os pés estão furados. Se tiramos um pé de meia por vez, <u>*ao acaso*</u>, qual a probabilidade de tirarmos dois pés de meia, *do mesmo par*, NÃO furados, em duas retiradas ?

Resposta

- Evento de interesse, R: "retirar 2 pés de meias, do mesmo par, não furados, em duas retiradas“.
- Características do problema: Ambos os pés de um mesmo par furados. Existem **18** pés bons e **2** pés furados.
- Número de resultados possíveis: N = Maneiras de tirarmos 2 pés de meia em duas retiradas = 20 pés da primeira vez x 19 pés da segunda vez (um já foi retirado) = **380**.
- Número de resultados favoráveis: n(R) = O primeiro pé não furado pode ser escolhido de **18** maneiras. Na segunda retirada, só há **um** pé de meia que **combina** com o já retirado. Então, n(R) = 18 x 1 = 18.
- Cálculo da probabilidade do evento de interesse:
  P(R) = n(R) / N = 18 / 380 = 0,0474 = **4,74%**

Limitação do conceito clássico

- A aplicabilidade é limitada
- Não há tantas situações em que várias possibilidades, ou eventos, podem ser considerados como igualmente prováveis
- Exemplo: Probabilidade de chover amanhã.
  - Eventos possíveis: $n = 2$
  - Eventos de interesse: $s = 1$
  - Probabilidade = ½ ???? **<u>NÃO SE PODE AFIRMAR</u>**
  - Os eventos não possuem a mesma chance de ocorrer.

Limitação do conceito clássico

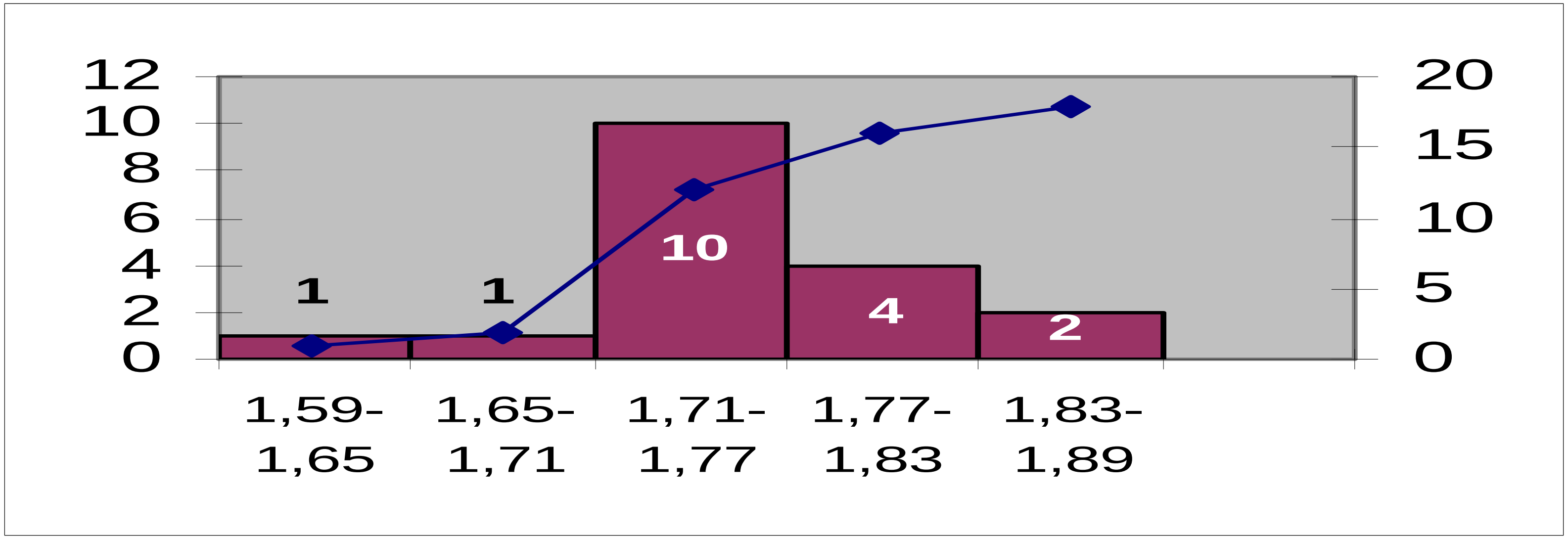
- Outros Exemplos:
  - Dado viciado no número 6: a probabilidade de jogar este dado e cair o número 6 será evidentemente maior que 1/6
  - Moeda com peso maior do lado de cara: a probabilidade de cair "cara" será evidentemente maior que ½
  - Em ambos os casos, não podemos simplesmente calcular a probabilidade pela relação s/n.
- Nestes casos e em diversos outros, a **interpretação freqüencial** deve ser utilizada para determinar a possibilidade de ocorrência de um evento – a PROBABILIDADE

Definições

Definição Freqüencial de Probabilidade

A freqüência relativa de ocorrência de eventos em experimentos grandes determina a probabilidade de ocorrência futura deste mesmo evento

$$P(A) = \frac{\text{Número de ocorrências de A}}{\text{Número de repetições do experimento}}$$



Exemplos

- Exemplo 6
  - Há uma probabilidade de 0,78 de um jato da linha Salvador-São Paulo chegar no horário, em vista do fato de que tais vôos chegam no horário em 78% das vezes
- Exemplo 7
  - Se o serviço meteorológico indica que há 40% de chance de chover, é porque, sob as condições de tempo previstas para o referido dia, há uma freqüência de chuva em 40% das vezes

Em ambos os casos, não podemos garantir matematicamente as ocorrências; contudo, podemos concluir com base em dados (experimentos) passados

Exemplo 8

- Os registros de aviação da companhia AlQaedaAir mostram que, durante um certo tempo, 468 dentre 600 de seus jatos da linha Bagdá-Nova Iorque chegaram no horário. Qual é a probabilidade de que um avião daquela linha chegue no horário?

Exemplo 8

- Os registros de aviação da companhia AlQaedaAir mostram que, durante um certo tempo, 468 dentre 600 de seus jatos da linha Bagdá-Nova Iorque chegaram no horário. Qual é a probabilidade de que um avião daquela linha chegue no horário?
  - 468/600 = Probabilidade de 0,78

Exemplo 9

- Os registros indicam que 504 dentre 813 lavadoras automáticas de pratos vendidas por grandes lojas de varejo exigiram reparos dentro da garantia de um ano. Qual a probabilidade de que uma dessas lavadoras não venham a exigir reparo dentro da garantia?

Exemplo 9

- Os registros indicam que 504 dentre 813 lavadoras automáticas de pratos vendidas por grandes lojas de varejo exigiram reparos dentro da garantia de um ano. Qual a probabilidade de que uma dessas lavadoras não venham a exigir reparo dentro da garantia?
  - 813-504 = 309
  - 309/813 = Probabilidade de 0,38.

Comentário

- Observa-se que a conclusão de probabilidade de eventos futuros está toda baseada em experimentos passados. Portanto, cabe a pergunta:
  - Que garantia temos sobre a estimativa feita?
  - Mais adiante no curso será apresentado um método que estima a precisão do resultado.
  - Por enquanto nos bastamos com a LEI DOS GRANDES NÚMEROS

LEI DOS GRANDES NÚMEROS

- Quando maior for a repetição do experimento, maior a aproximação da probabilidade efetiva de acontecimento de um determinado evento através da freqüência relativa

Comentários

- Quando usar uma ou outra regra?
  - A definição clássica exige que os resultados tenham todos a mesma chance de ocorrer.
  - Alguns experimentos, mesmo que tenham os resultados todos com a mesma chance de ocorrer, são muito complexos de serem resolvidos através da abordagem clássica. Utiliza-se então a regra da aproximação de freqüências relativas. Ex.: Probabilidade de ganhar no jogo de paciência
  - No caso acima há métodos de simulação para gerar experimentos a partir de poucos resultados

Comentários

- Amostras aleatórias
  - Para gerar experimentos, os eventos devem ser escolhidos de tal maneira que toda possível amostra de “n” elementos da população tenha a mesma chance de ser escolhida, sendo um conjunto de dados representativo, imparcial e não tendencioso.