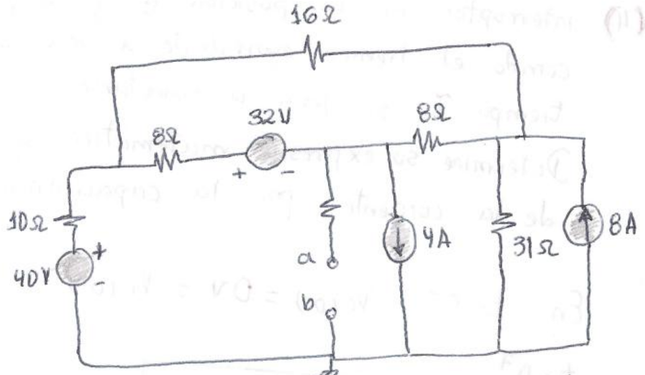
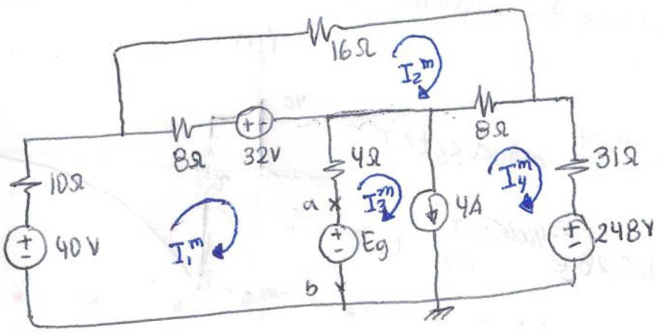
ULA. Circuitos Eléctricos I   2do Exámen V- 2014   12-11-14

(5+2) ① Calcule el equivalente de Thevening y el equivalente de Norton, existente entre los Nodos "a" y "b" del Circuito de la figura. Se conecta entre los nudos "a" y "b" una resistencia Rab, la cual recibe la máxima potencia. Calcule el Valor de esta Potencia



Aparte, retiramos la resistencia Rab, y entre los nudos "a" y "b" conectamos una inductancia de valor 4mH, sin energía inicial. Calcule el Voltaje $V_L(t)$ y la energía almacenada en esta L.

• El Circuito Equivalente se muestra en la siguiente figura:



$$22I_1^m - 8I_2^m - 4I_3^m + 0I_4^m = 8 - E_g$$
$$-8I_1^m + 32I_2^m + 0I_3^m - 8I_4^m = 32$$
$$0I_1^m + 0I_2^m + I_3^m - I_4^m = 4$$
$$-4I_1^m - 8I_2^m + 4I_3^m + 39I_4^m = E_g - 248$$

$*$ Si $E_g = 0$

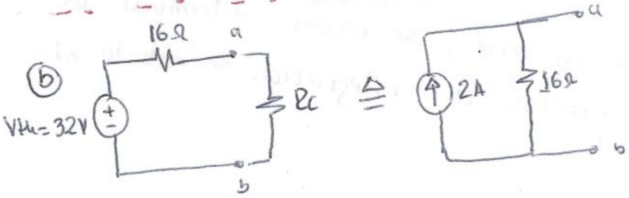
$I_1^m = -0{,}2857\text{ A}$
$I_2^m = -0{,}6429\text{ A}$
$I_3^m = -2{,}2857\text{ A}$
$I_4^m = -6{,}2857\text{ A}$

$I_N = I_1^m - I_3^m = 2\text{ A}$ ∴ $R_{Th} = \dfrac{V_{Th}}{I_N}$

$R_{Th} = 16\,\Omega$

$*$ Si $I_1^m = I_3^m$ $E_g = V_{th}$ → $V_{th} = 32\text{ V}$

ⓑ



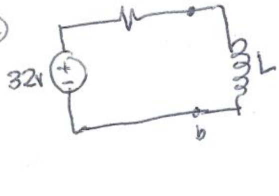
Si $R_c = 16\,\Omega$

$$P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{32^2}{4\cdot 16} = 16\text{ W}$$

$t=0$ $I_0 = 0\text{A}$ $I_\infty = 2\text{A}$ $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{4m}{16}$

$\tau = \dfrac{1}{4}\text{ms}$

ⓒ



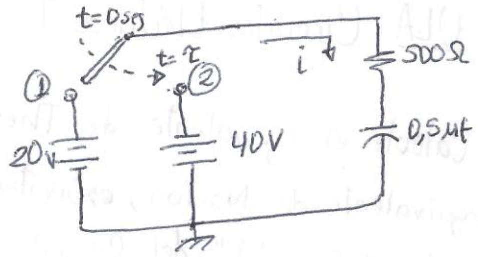
$$i_L(t) = (I_0 - I_\infty)e^{-t/\tau} + I_\infty$$
$$i_L(t) = 2\left(-e^{-4000t} + 1\right)$$
$$v_L(t) = L\frac{\partial i(t)}{\partial t}$$
ó
$$v_L(t) = (V_0 - V_\infty)e^{-t/\tau} + V_\infty$$

$V_\infty = 0\text{V}$
$V_0 = 32\text{V}$

$$\boxed{V_L(t) = 32e^{-4000t}}$$

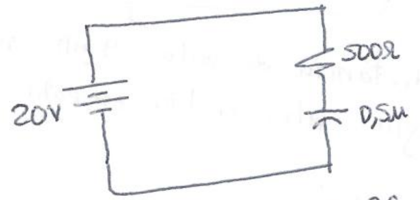
$$E_L(t) = \frac{L}{2}i_L^2(t) = 2mH\left[2\left(1 - e^{-4000t}\right)\right]^2$$ ← Energía Almacenada en la inductancia.

(2) En el circuito RC de la figura, se conecta el
(4) interruptor en la posición (1) y despues de transcurrido el tiempo equivalente a una constante de tiempo τ, se pasa a conectarse en la posición (2). Determine su expresión matemática y su gráfica de la corriente por la capacitancia.



En $t=0^-$ $\quad V_C(0^-) = 0V = V_C(0^+)$

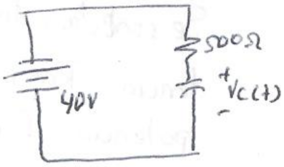
$t=0^+$



Para $t=\infty$ $\quad V_C = 20V$ $\quad \tau = RC = 0{,}25\,ms$

$V_{C(t)} = 20\left(1-e^{-4000t}\right)$ para $0 \le t \le \tau$

En $t = \tau = 0{,}25\,ms$



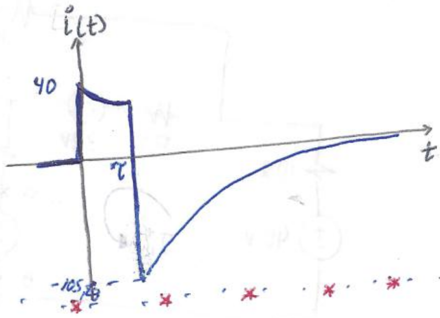
$V_{C(\tau^-)} = V_{C(\tau^+)} = 12{,}64\,V$

$V_{C(\infty)} = -40V$

$V_{C(t)} = (12{,}64+40)\,e^{-(t-\tau)4000} - 40\,V$

Para $\tau \le t$

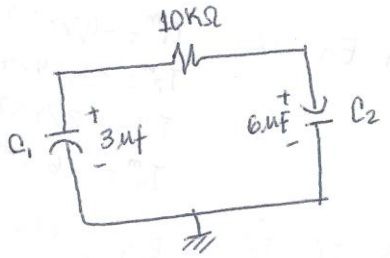
Por conveniencia es mejor determinar el voltaje del capacitor para luego al derivar conseguir su corriente $\quad i_C(t) = C\dfrac{\partial V_C(t)}{\partial t}$



$$V_C(t) = \begin{cases} 20(1-e^{-4000t}) & 0 \le t \le \tau \\ 52{,}64\,e^{-4000(t-\tau)} - 40 & t \ge \tau \end{cases} \Rightarrow \quad i(t) = \begin{cases} 40\,e^{-4000t}\ mA & 0 < t < \tau \\ -105{,}28\,e^{-4000(t-\tau)}\ mA & t \ge \tau \end{cases}$$

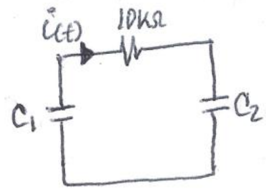
* *

(3) En el circuito de la figura, calcule su constante de tiempo
(4) y el valor de la corriente al cabo de $t = 10\,mseg$, siendo las condiciones iniciales de valor:
$V_{C_1}(0) = 15\,V$ y $V_{C_2}(0) = 25\,V$
→ Calcule el valor final de $V_{C_1(\infty)}$ y de $V_{C_2(\infty)}$



En este circuito dado que tenemos dos capacitores en serie, se requiere determinar la corriente por los capacitores para luego con un proceso de integración se calcula el voltaje en cada capacitor

$$i_{(t)} = (I_0 - I_\infty)\,e^{-t/\tau} + I_\infty$$



$$I_0 = \frac{V_{C_1(0^+)} - V_{C_2(0^+)}}{10K} = \frac{15-25}{10K\Omega} = -1mA$$

$I_\infty = 0$ $\qquad \tau = RC = 10K\Omega \cdot \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1+C_2} = 20\,ms$

$$i_{(t)} = -1m \cdot e^{-50t} \quad (A)$$

En $t = 10\,ms$

$i(t) = -e^{-50 \cdot 10m} \Rightarrow i(10ms) = -0{,}6065\,mA$

Voltaje final de los capacitores:

$$v_{C2}(t) = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_C(t)\,dx + v_{C2}(0^+) = \frac{1}{6\mu F}\cdot\int_0^t -1\times10^{-3}\cdot e^{-50x}\,dx + 25 \text{ V}$$

$$v_{C2}(t) = \frac{1}{6\mu F}\cdot\left[\frac{-1\times10^{-3}}{-50}\cdot e^{-50x}\Big|_0^t\right] + 25 = \frac{10}{3}\left(e^{-50t} - 1\right) + 25 \quad [V]$$

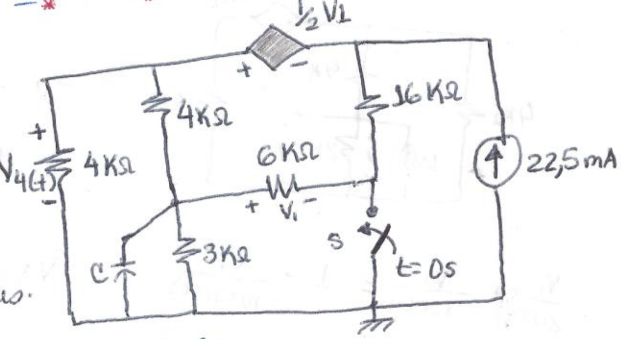
$$v_{C2}(t) = \frac{10}{3}e^{-50t} + \frac{65}{3} \quad (V) \qquad \therefore\ v_{C2}(\infty) = v_{C1}(\infty) = \frac{65}{3}\ (V)$$

$$v_{C1}(t) = 10K\,i(t) + v_{C2}(t) \Rightarrow v_{C1}(t) = -10e^{-50t} + \frac{10}{3}e^{-50t} + \frac{65}{3}$$

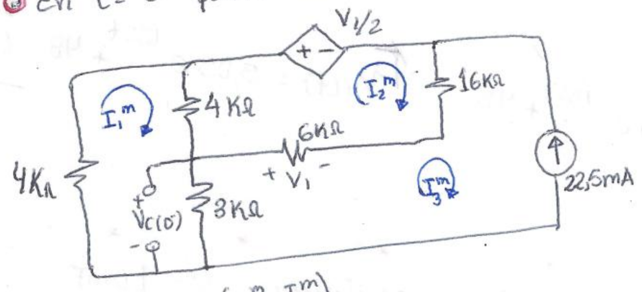
$$\therefore\ v_{C1}(t) = -\frac{20}{3}\cdot e^{-50t} + \frac{65}{3} \quad (V)$$

---

(4) (6) En el instante $t = 0s$ se "cierra" el interruptor "S". Calcule las variables $V_C(t)$, $i_C(t)$ y $V_4(t)$ siendo $V_4(t)$ el voltaje en la rama de 4000Ω. $C = 50\mu f$



En $t = 0^-$ para determinar las condiciones iniciales.



$V_1 = 6K(I_3^m - I_2^m)$

$11KI_1^m - 4KI_2^m - 3KI_3^m = 0$ I

$0I_1^m + 0I_2^m + I_3^m = -22{,}5\,mA$ II

$-4KI_1^m + I_2^m(26K) + \frac{6K}{2}(I_3^m - I_2^m) - 22KI_3^m = 0$

$-4KI_1^m + 23KI_2^m - 19KI_3^m = 0$ III

$I_1^m = -13{,}8\,mA$

$I_2^m = -21\,mA$

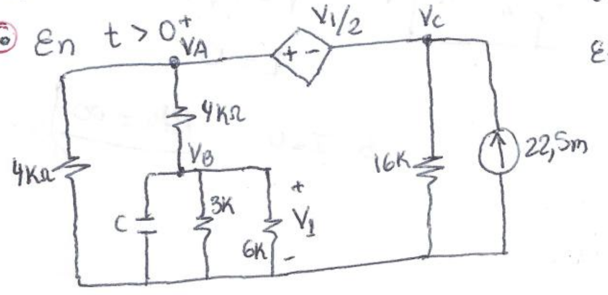
$I_3^m = -22{,}5\,mA$

$V_C(0^-) = 3000(I_1^m - I_3^m)$

$V_C(0^-) = V_C(0^+) = 26{,}1\,V$

- Usando método de análisis de nodos $C \Rightarrow 26{,}1V$

En $t > 0^+$



En $t = 0^+ \longrightarrow V_1 = V_B = V_{cap} = 26{,}1\,V$; II

$V_A - V_C = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_A - \frac{V_B}{2} - V_C = 0$ I

- Supernodo $\frac{V_A}{4K} + \frac{V_A - V_B}{4K} + \frac{V_C}{16K} = 22{,}5\,mA$ III

$\therefore \frac{V_A}{2K} - \frac{V_B}{4K} + \frac{V_C}{16K} = 22{,}5\,mA$

Resolviendo el sistemas de ecuaciones:

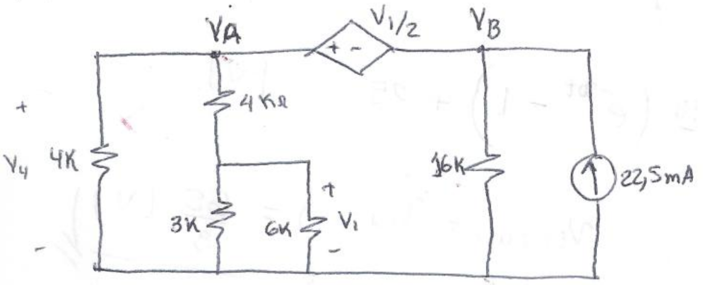
$V_A = 53{,}05$ V

$V_B = 26{,}1$ V

$V_c = 40$ V

Luego $V_A = V_4(0^+)$; $V_B = V_C(0^+) = V_C(0^-) = 26{,}1$ V

(b) En $t \to \infty$ $C \to$ ⊥



$V_1 = \dfrac{V_A \cdot 2K}{6K} = \dfrac{V_A}{3}$ ∴ $V_A - V_B = \dfrac{V_1}{2} = \dfrac{V_A}{2 \cdot 3}$

$V_B = \dfrac{5}{6} V_A$

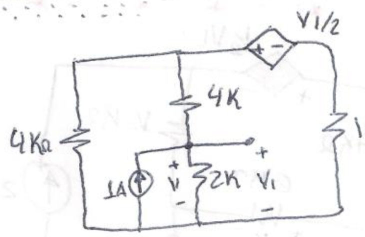
× Supernodo: $\dfrac{V_A}{4K} + \dfrac{V_A}{6K} + \dfrac{V_B}{16K} = 22{,}5mA$

Resolviendo: $V_A = 48$ V $V_B = 40$ V

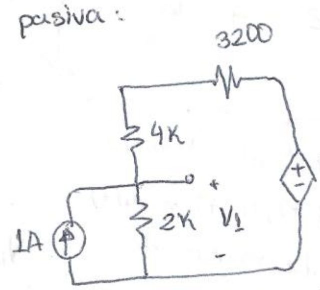
$V_A = V_4(\infty) = 48$ V

$V_C = \dfrac{48}{3} = 16$ V

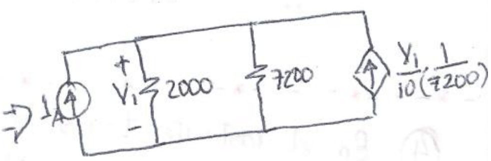
Calculo de τ; Haciendo la red pasiva:



⇒



⇒



$\dfrac{V_1}{2000} + \dfrac{V_1}{7200} = 1 + \dfrac{V_1}{10(7200)}$ $V_1 = 1600$ V

$R_{th} = \dfrac{V_1}{1A} = 1600\Omega$

$\tau = R.C$

$\tau = 80ms$

$v_C(t) = (V_0 - V_\infty) \cdot e^{-t/\tau} + V_\infty \Rightarrow v_C(t) = (26{,}1 - 16)e^{-12{,}5t} + 16$ (V)

∴ $v_C(t) = 10{,}1 e^{-12{,}5t} + 16$ V

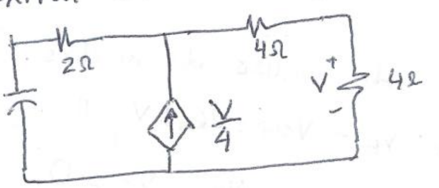
$v_4(t) = (V_0' - V_\infty')e^{-t/\tau} + V_\infty' = (53{,}05 - 48)e^{-12{,}5t} + 48$

$v_4(t) = 5{,}05 e^{-12{,}5t} + 48$ (V)

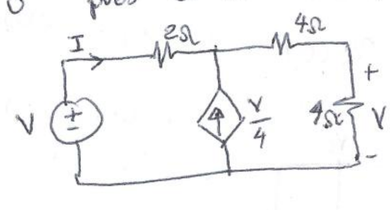
$i_C(t) = C \dfrac{\partial v_C(t)}{\partial t} = -6{,}4 \cdot e^{-12{,}5t}$ mA

(5) Extra: Calcule el equivalente de Thevening visto por la capacitancia: C = 10mF

(2)



$V_{th} = 0$ pues es una red pasiva:



$V = 4\left(\dfrac{V}{4} + I\right)$

$V = V + 4I$

$I = 0$

Si $I = 0$ $R_{th} = \infty$