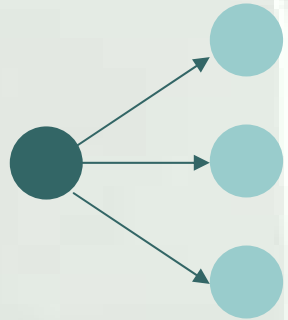


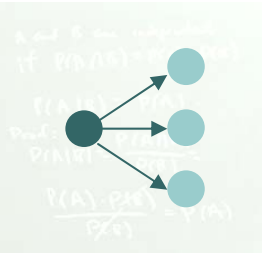
Venn Diagram



Probabilidade

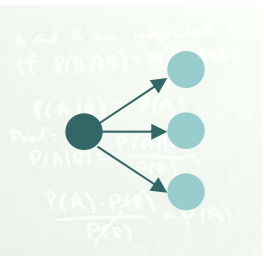
Definições e Conceitos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$\frac{10}{36} = \frac{4}{36} + \frac{4}{36} - \frac{3}{36}$$



Definições

- Probabilidade
 - Medida das incertezas relacionadas a um evento
 - Chances de ocorrência de um evento
 - Aplicação em:
 - Avaliação de Desempenho de Sistemas
 - Engenharia de Confiabilidade
 - Teoria dos Jogos, etc.
- Exemplos:
 - Probabilidade de jogar um dado e cair o número 2
 - Chance de ser assaltado ao sair de casa
 - Probabilidade de ganhar no poker

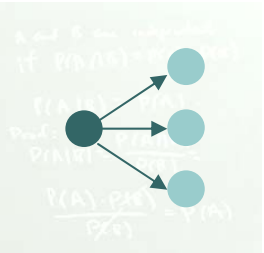


Definições

Conceito Clássico de Probabilidade

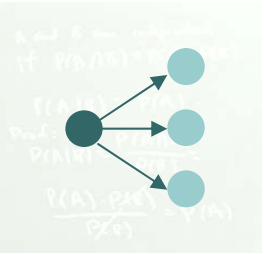
Se há " n " possibilidades igualmente prováveis, das quais uma deve ocorrer e, destas, " s " são consideradas como um sucesso, então a probabilidade do resultado ser um sucesso é de s/n .

- Observações sobre esta definição
 - Supõe-se que todos os eventos tenham a mesma chance de ocorrer (equiprováveis)
 - s → eventos de interesse que podem ocorrer
 - n → eventos possíveis que podem ocorrer



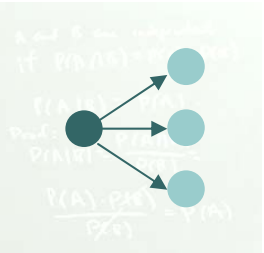
Exemplo 1

- Qual a probabilidade de se extrair um ás de baralho bem misturado de 52 cartas?
 - Bem misturado significa “qualquer carta tem a mesma chance de ser extraída”.
 - Como temos 4 ases em 52 cartas, vem: $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
 - $s \rightarrow$ sucesso. Total de eventos de interesse: 4 ases
 - $n \rightarrow$ total de possíveis retiradas: 52 cartas
- Observações:
 - problema clássico de probabilidade, uma vez que todas as cartas tem a mesma chance de ocorrer



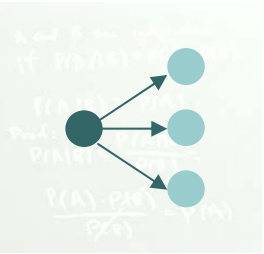
Exemplo 2

- Qual a probabilidade de obter um 3 ou um 4 em uma jogada de um dado equilibrado?



Exemplo 2

- Qual a probabilidade de obter um 3 ou um 4 em uma jogada de um dado equilibrado?
 - Probabilidade = $2/6 = 1/3$
- Observações:
 - problema clássico de probabilidade, uma vez que o dado está “equilibrado”.
 - s = resultado de interesse = 2 (3 ou 4)
 - n = resultados possíveis = 6 (1,2,3,4,5,6)

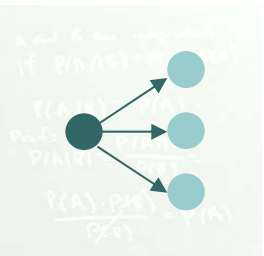


Exemplo 3

- Se H representa “cara” (*head*) e T representa “coroa” (*tail*), os quatro resultados possíveis de duas jogadas de uma moeda são:

HH HT TH TT

- Admitindo resultados igualmente prováveis, qual a probabilidade de obtermos:
 - zero caras:
 - uma cara:
 - duas caras:

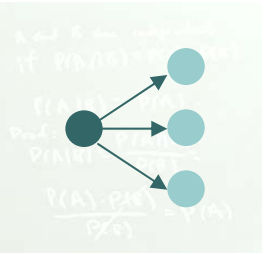


Exemplo 3

- Se H representa “cara” (*head*) e T representa “coroa” (*tail*), os quatro resultados possíveis de duas jogadas de uma moeda são:

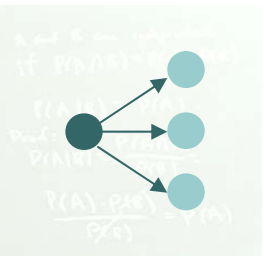
HH HT TH TT

- Admitindo resultados igualmente prováveis, qual a probabilidade de obtermos:
 - zero caras: $s=1; n=4 \Rightarrow s/n=1/4$
 - uma cara: $s=2; n=4 \Rightarrow s/n=2/4=1/2$
 - duas caras: $s=1; n=4 \Rightarrow s/n=1/4$



Exemplo 4

- Qual a probabilidade de obtermos 7 jogando duas vezes um dado?
 - s: resultados de interesse =
 - n: resultados possíveis =



Exemplo 4

- Qual a probabilidade de obtermos 7 jogando duas vezes um dado?

- s: resultados de interesse = 6

6-1 1-6 2-5 5-2 3-4 4-3

- n: resultados possíveis = 36

1-1 1-2 1-3 1-4 1-5 1-6

2-1 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6

3-1 3-2 3-3 3-4 3-5 3-6

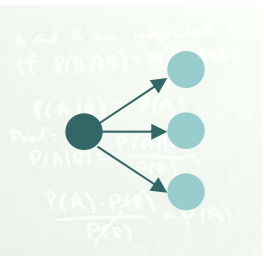
4-1 4-2 4-3 4-4 4-5 4-6

5-1 5-2 5-3 5-4 5-5 5-6

6-1 6-2 6-3 6-4 6-5 6-6

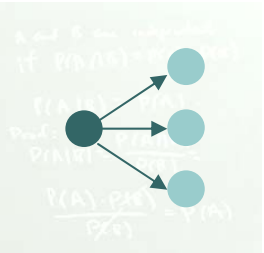
Probabilidade

$$s/n = 6/36 = 1/6$$



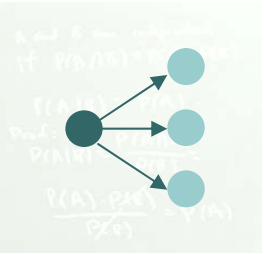
Exemplo 5

- Numa gaveta, há dez pares distintos de meias. Em um dos pares, ambos os pés estão furados. Se tiramos um pé de meia por vez, ao acaso, qual a probabilidade de tirarmos dois pés de meia, *do mesmo par*, NÃO furados, em duas retiradas ?



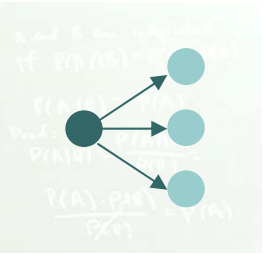
Resposta

- Evento de interesse, R: "retirar 2 pés de meias, do mesmo par, não furados, em duas retiradas".
- Características do problema: Ambos os pés de um mesmo par furados. Existem **18** pés bons e **2** pés furados.
- Número de resultados possíveis: $N =$ Maneiras de tirarmos 2 pés de meia em duas retiradas = 20 pés da primeira vez \times 19 pés da segunda vez (um já foi retirado) = **380**.
- Número de resultados favoráveis: $n(R) =$ O primeiro pé não furado pode ser escolhido de **18** maneiras. Na segunda retirada, só há **um** pé de meia que **combina** com o já retirado. Então, $n(R) = 18 \times 1 = 18$.
- Cálculo da probabilidade do evento de interesse:
 $P(R) = n(R) / N = 18 / 380 = 0,0474 = \mathbf{4,74\%}$



Limitação do conceito clássico

- A aplicabilidade é limitada
- Não há tantas situações em que várias possibilidades, ou eventos, podem ser considerados como igualmente prováveis
- Exemplo: Probabilidade de chover amanhã.
 - Eventos possíveis: $n = 2$
 - Eventos de interesse: $s = 1$
 - Probabilidade = $\frac{1}{2}$???? **NÃO SE PODE AFIRMAR**
 - Os eventos não possuem a mesma chance de ocorrer.



Limitação do conceito clássico

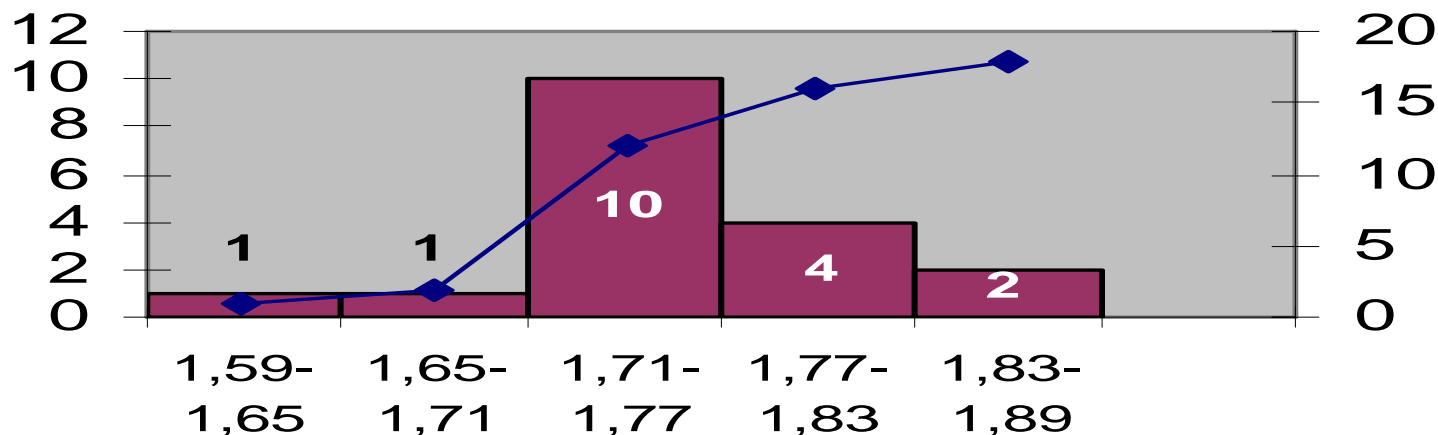
- Outros Exemplos:
 - Dado viciado no número 6: a probabilidade de jogar este dado e cair o número 6 será evidentemente maior que $1/6$
 - Moeda com peso maior do lado de cara: a probabilidade de cair “cara” será evidentemente maior que $1/2$
 - Em ambos os casos, não podemos simplesmente calcular a probabilidade pela relação s/n .
- Nestes casos e em diversos outros, a **interpretação freqüencial** deve ser utilizada para determinar a possibilidade de ocorrência de um evento – a **PROBABILIDADE**

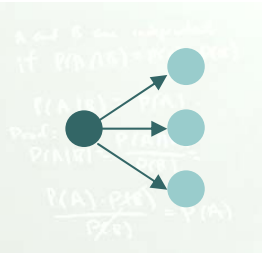
Definições

Definição Freqüencial de Probabilidade

A freqüência relativa de ocorrência de eventos em experimentos grandes determina a probabilidade de ocorrência futura deste mesmo evento

$$P(A) = \frac{\text{Número de ocorrências de } A}{\text{Número de repetições do experimento}}$$

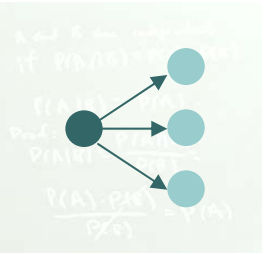




Exemplos

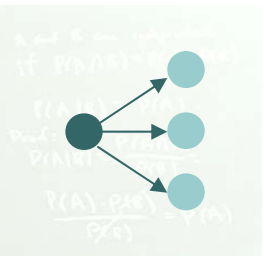
- Exemplo 6
 - Há uma probabilidade de 0,78 de um jato da linha Salvador-São Paulo chegar no horário, em vista do fato de que tais vôos chegam no horário em 78% das vezes
- Exemplo 7
 - Se o serviço meteorológico indica que há 40% de chance de chover, é porque, sob as condições de tempo previstas para o referido dia, há uma freqüência de chuva em 40% das vezes

Em ambos os casos, não podemos garantir matematicamente as ocorrências; contudo, podemos concluir com base em dados (experimentos) passados



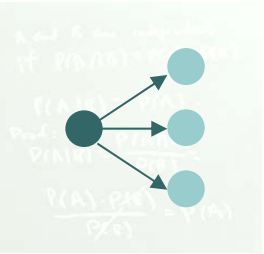
Exemplo 8

- Os registros de aviação da companhia AlQaedaAir mostram que, durante um certo tempo, 468 dentre 600 de seus jatos da linha Bagdá-Nova Iorque chegaram no horário. Qual é a probabilidade de que um avião daquela linha chegue no horário?



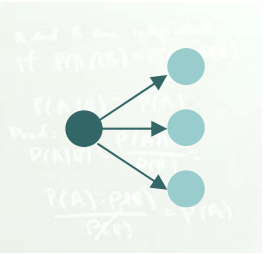
Exemplo 8

- Os registros de aviação da companhia AlQaedaAir mostram que, durante um certo tempo, 468 dentre 600 de seus jatos da linha Bagdá-Nova Iorque chegaram no horário. Qual é a probabilidade de que um avião daquela linha chegue no horário?
 - $468/600 =$ Probabilidade de 0,78



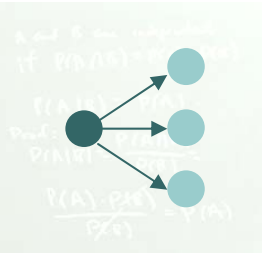
Exemplo 9

- Os registros indicam que 504 dentre 813 lavadoras automáticas de pratos vendidas por grandes lojas de varejo exigiram reparos dentro da garantia de um ano. Qual a probabilidade de que uma dessas lavadoras não venham a exigir reparo dentro da garantia?



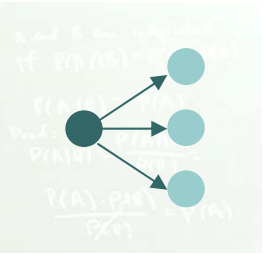
Exemplo 9

- Os registros indicam que 504 dentre 813 lavadoras automáticas de pratos vendidas por grandes lojas de varejo exigiram reparos dentro da garantia de um ano. Qual a probabilidade de que uma dessas lavadoras não venham a exigir reparo dentro da garantia?
 - $813 - 504 = 309$
 - $309/813 =$ Probabilidade de 0,38.



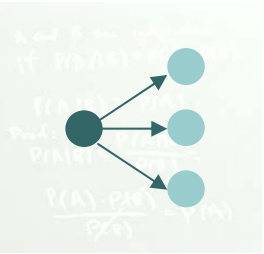
Comentário

- Observa-se que a conclusão de probabilidade de eventos futuros está toda baseada em experimentos passados. Portanto, cabe a pergunta:
 - Que garantia temos sobre a estimativa feita?
 - Mais adiante no curso será apresentado um método que estima a precisão do resultado.
 - Por enquanto nos bastamos com a LEI DOS GRANDES NÚMEROS



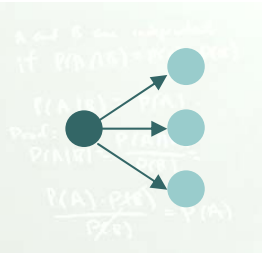
LEI DOS GRANDES NÚMEROS

- Quando maior for a repetição do experimento, maior a aproximação da probabilidade efetiva de acontecimento de um determinado evento através da frequência relativa



Comentários

- Quando usar uma ou outra regra?
 - A definição clássica exige que os resultados tenham todos a mesma chance de ocorrer.
 - Alguns experimentos, mesmo que tenham os resultados todos com a mesma chance de ocorrer, são muito complexos de serem resolvidos através da abordagem clássica. Utiliza-se então a regra da aproximação de frequências relativas. Ex.: Probabilidade de ganhar no jogo de paciência
 - No caso acima há métodos de simulação para gerar experimentos a partir de poucos resultados



Comentários

- Amostras aleatórias
 - Para gerar experimentos, os eventos devem ser escolhidos de tal maneira que toda possível amostra de “n” elementos da população tenha a mesma chance de ser escolhida, sendo um conjunto de dados representativo, imparcial e não tendencioso.