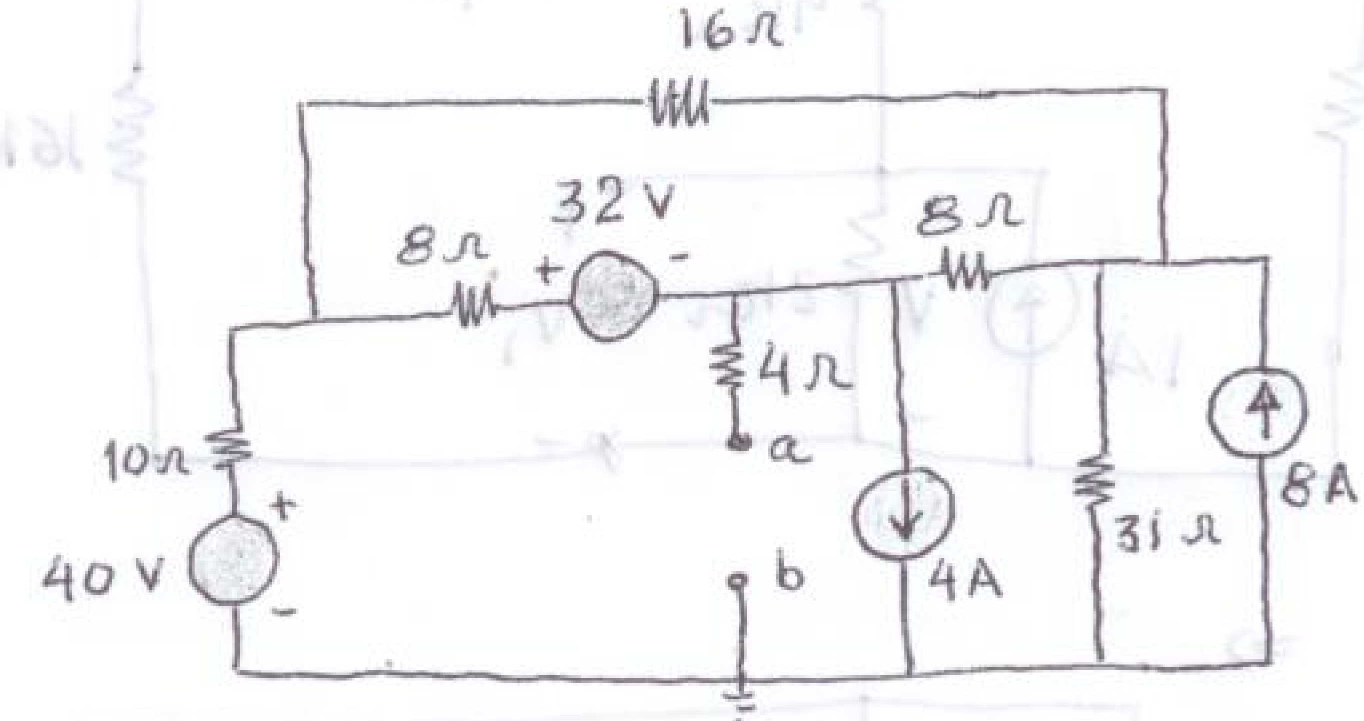
ULA. Circuitos Eléctricos I. 2° Examen . U - 2014 . 12/XI/14

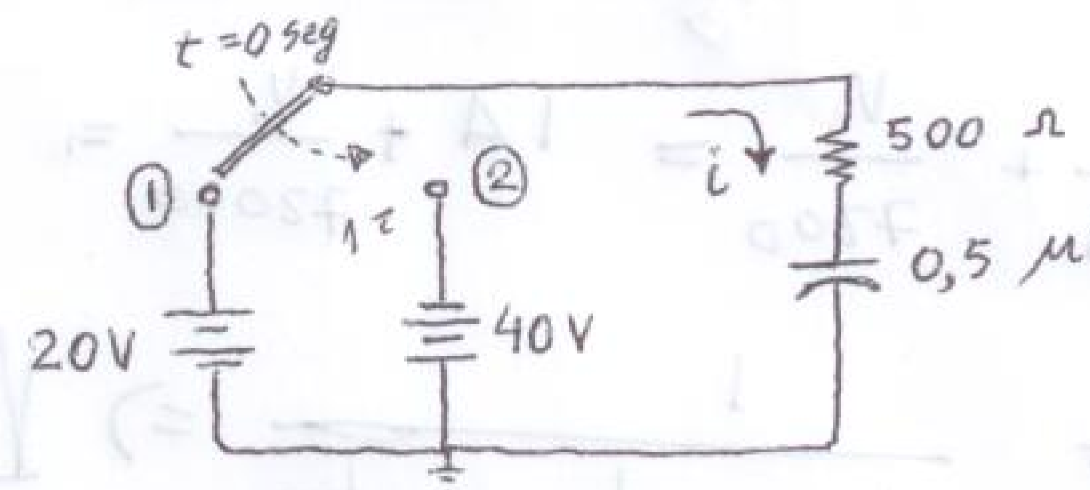
① (5+2) Calcule el equivalente de Thevenin y el equivalente de NORTON, existente entre los nudos "a" y "b" del circuito de la figura.

Se conecta entre los nudos "a" y "b" una resistencia Rab, la cual recibe la <u>maxima</u> potencia. Calcule el valor de esta potencia.

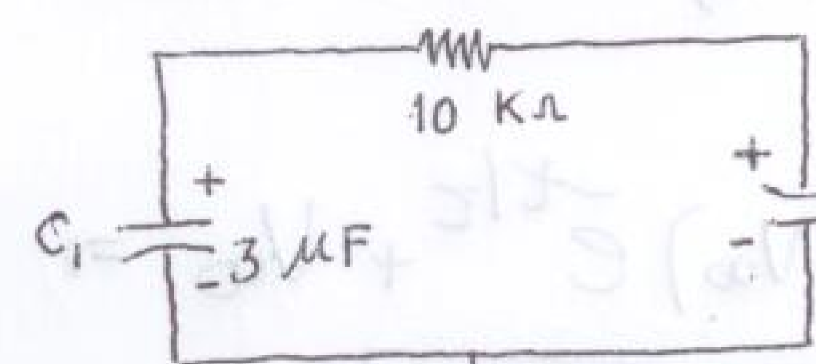
<u>Aparte</u>, retiramos la resistencia Rab, y entre los nudos "a" y "b" conectamos una inductancia de valor <u>4 mH</u>, sin energia inicial. Calcule el voltaje $V_L(t)$ y la energia almacenada en esta L.



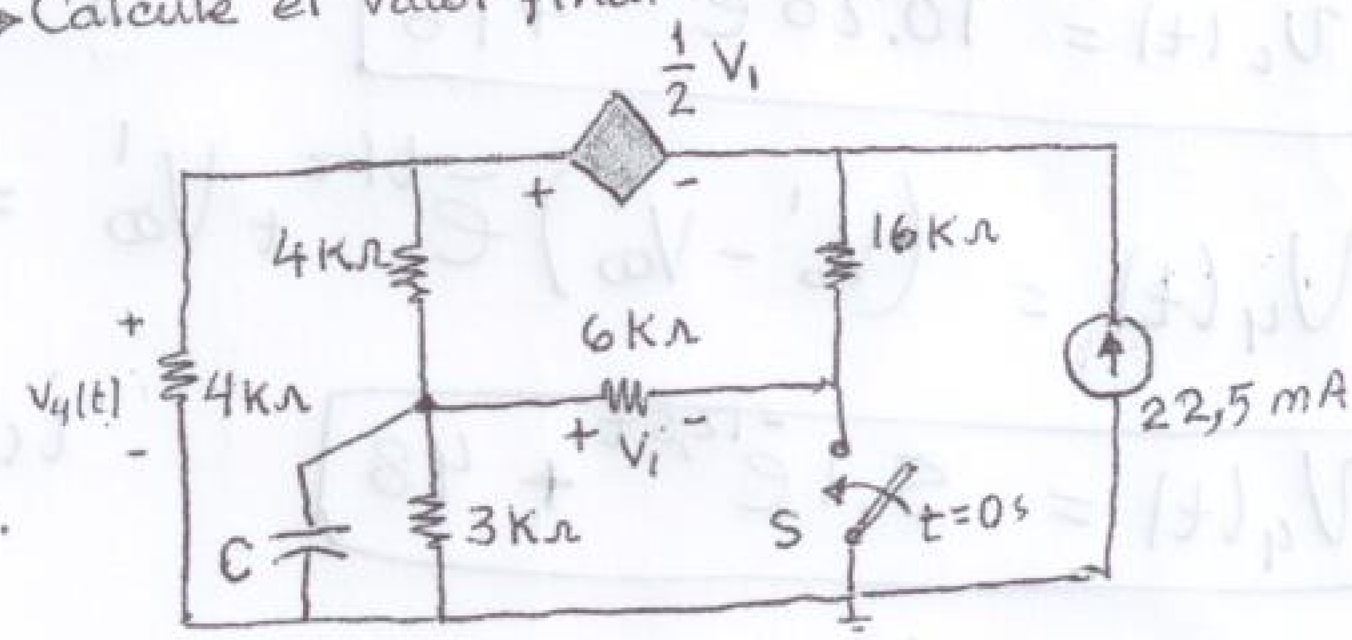
② (4) En el circuito RC de la figura, se conecta el interruptor en la posición ① y después de transcurridos el tiempo equivalente a una constante de tiempo (τ), se pasa a conectarse en la posición ②. Determine la expresión matemática y su gráfica de la corriente por la capacitancia.



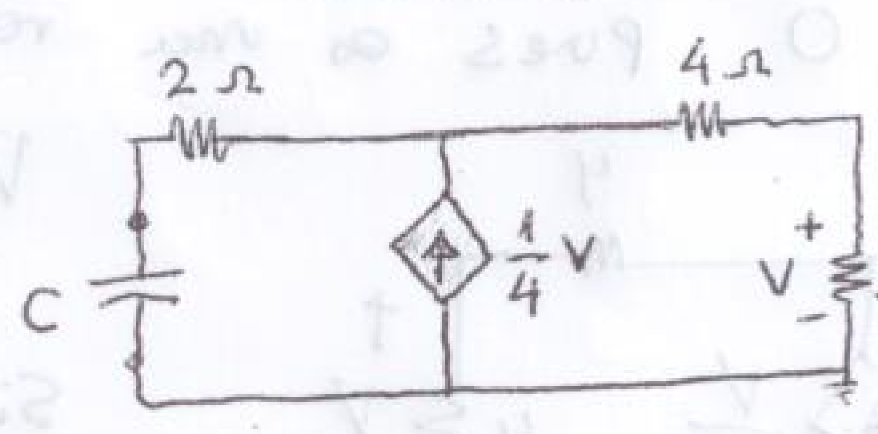
③ (4) En el circuito de la figura, calcule su constante de tiempo y el valor de la corriente al cabo de t = 10 mseg., siendo las condiciones iniciales de valor $V_{C_1}(0) = 15$ V, y $V_{C_2}(0) = 25$ V. → Calcule el valor final de $V_{C_1}(\infty)$ y de $V_{C_2}(\infty)$



④ (6) En el instante t = 0s, se "cierra el interruptor "S". Calcule las variables $V_C(t)$, $i_C(t)$, y $V_4(t)$ siendo $V_4(t)$ el voltaje en la rama de 4000 Ω. <u>C = 50 μF.</u>

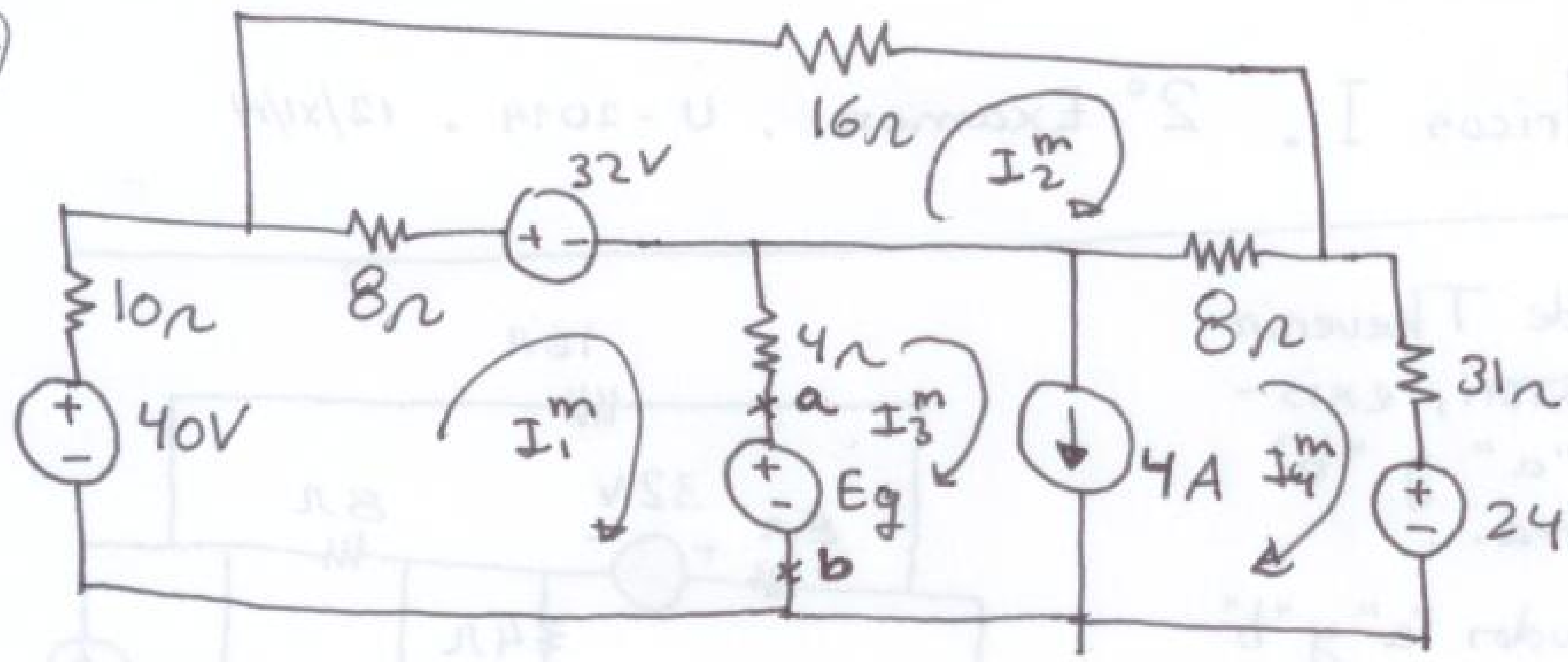


⑤ Extra: (2pts) Calcule el equivalente de Thevenin visto por la capacitancia. <u>C = 10 mF.</u>



P1 El circuito equivalente se muestra en la siguiente figura:

(a)



$$22I_1^m - 8I_2^m - 4I_3^m = 8 - E_g$$

$$-8I_1^m + 32I_2^m - 8I_4^m = 32$$

$$I_3^m - I_4^m = 4$$

$$-4I_1^m + 8I_2^m + 4I_3^m + 39I_4^m = E_g - 248$$

Si $E_g = 0$, $I_N = I_1^m - I_3^m$

$I_1^m = -0{,}2857$

$I_2^m = -0{,}6429$

$I_3^m = -2{,}2857$

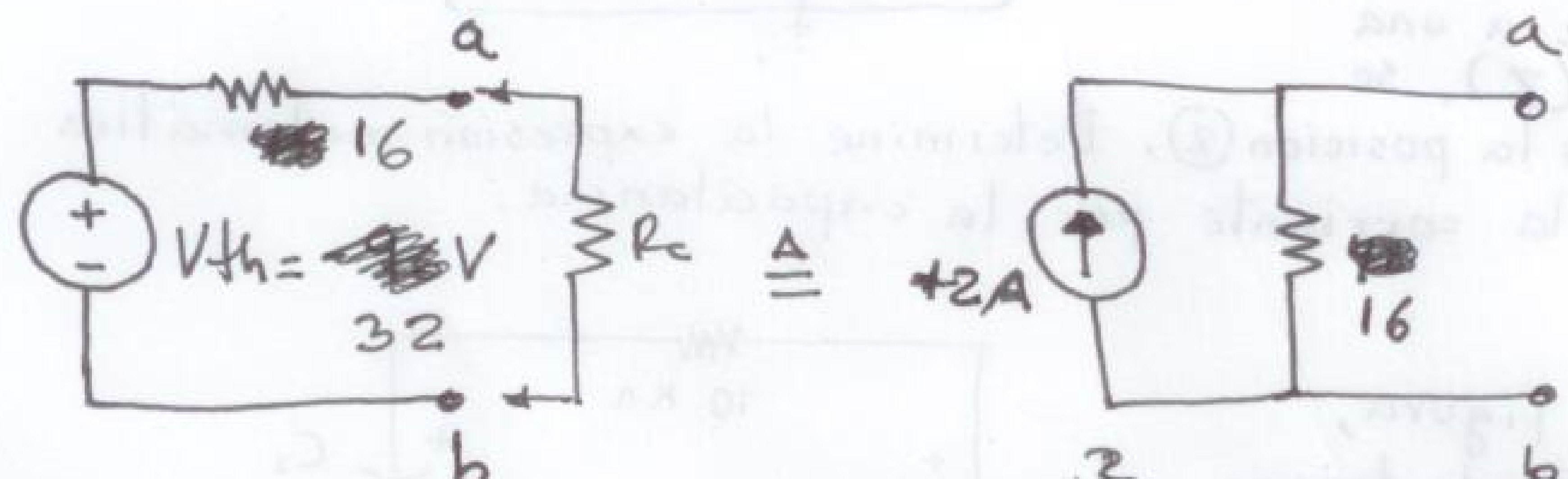
$I_4^m = -6{,}2857$

$\boxed{I_N = +2\,A}$

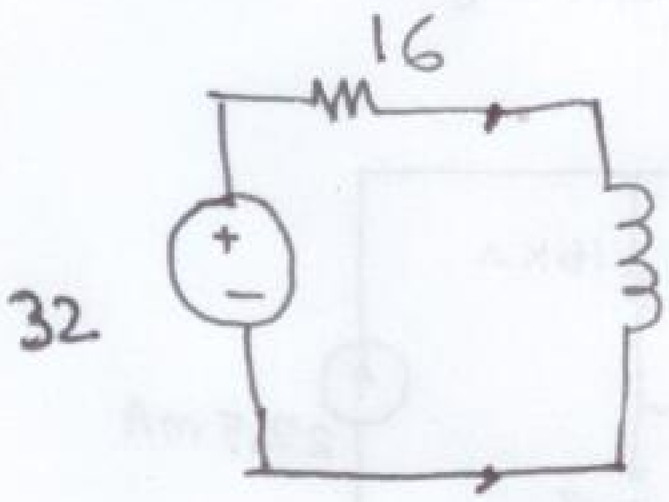
Si $I_1^m = I_3^m$ $\quad E_g = V_{th}$

$V_{th} = 32V$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = \frac{+32}{+2} = \boxed{16\,\Omega}$$



(b) Si $R_C = 16\,\Omega \rightarrow P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{(32)^2}{4\times 16} = 16\,W$



$i_L(t) = (I_0 - I_\infty)e^{-t/\tau} + I_\infty$ $\quad \boxed{I_\infty = 2A}$

$I_0 = 0$

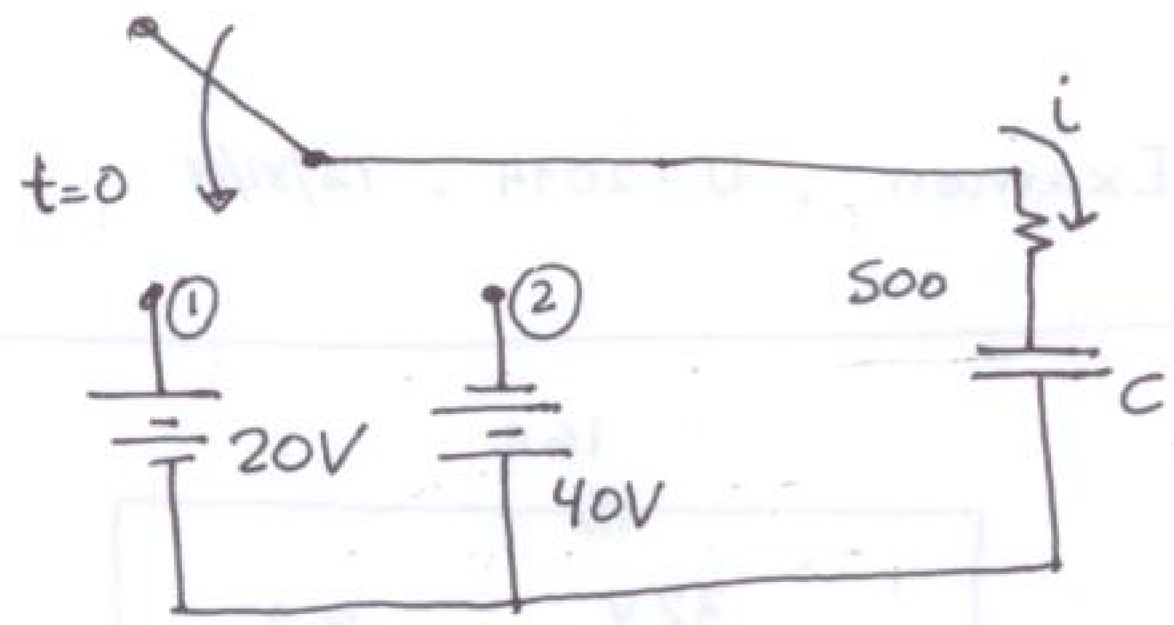
$i_L(t) = 2\left[-e^{-4000t} + 1\right]$ $\quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{4mH}{16} = \frac{1}{4}\,ms$

$V_L(t) = L\,\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow$ o del circuito $V_L(t) = (V_0 - V_\infty)e^{-t/\tau} + V_\infty$ $\quad V_\infty = 0$, $V_0 = 32\,V$

$$\boxed{V_L(t) = 32e^{-4000t}}$$

$E_L(t) = \frac{L}{2}\,i^2(t) = 2mH \times \left[2(1 - e^{-4000t})\right]^2 \leftarrow$ Energía almacenada en la inductancia

(P2)

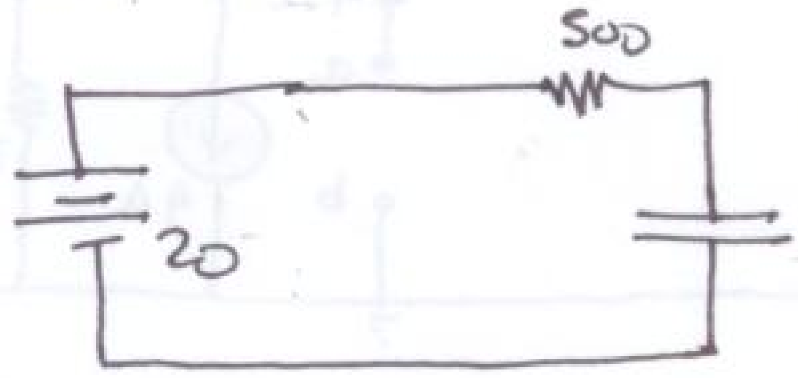


Por conveniencia es mejor determinar el voltaje del capacitor para luego al derivar conseguir su corriente

$$i_C(t) = C\,\frac{dV_C(t)}{dt}$$

$t=0^-$ $\quad V_c(0^-) = 0 = V_c(0^+)$

$t=0^+$



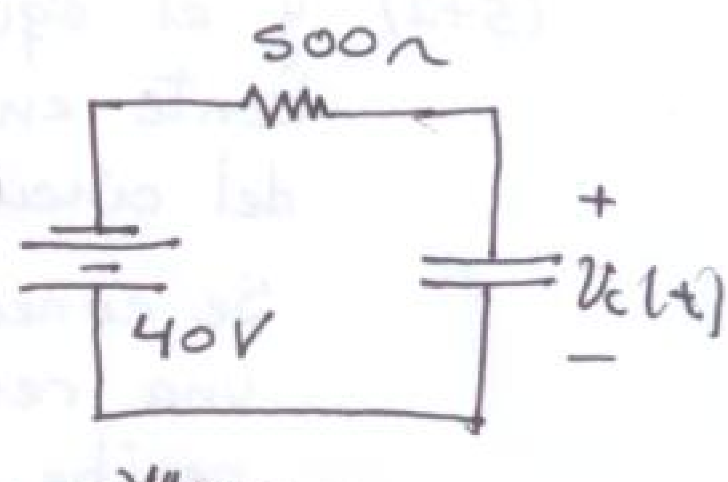
Para $t \to \infty$ $\quad V_c(\infty) = 20$

$$V_c(t) = 20\left[1 - e^{-t/\tau}\right] \quad \text{para } \tau = RC$$

$$\tau = 0{,}25\text{ ms}$$

$$v_c(t) = 20\left[1 - e^{-4000t}\right] \quad \text{para } 0 \le t \le \tau$$

En $t = \tau = 0{,}25$ ms



$V_c(\tau^-) = 12{,}64\text{ V} = V_c(\tau^+)$

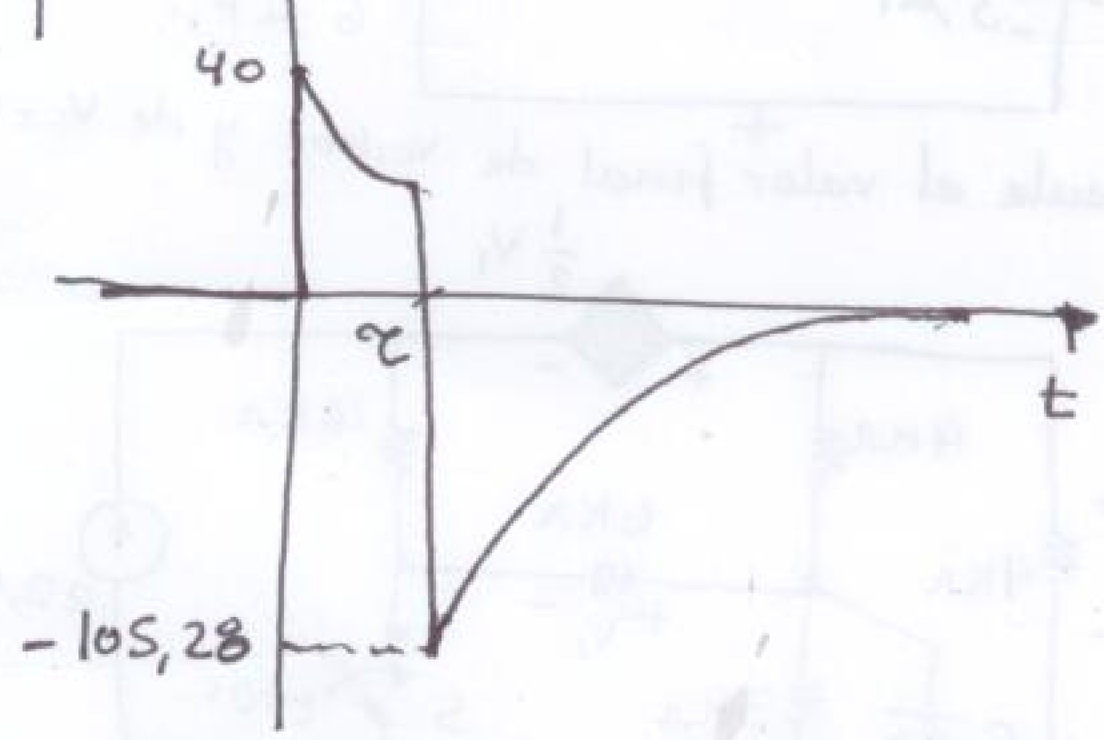
$V_c(\infty) = -40$

$$V_c(t) = (12{,}64 + 40)\,e^{-(t-\tau)4000} - 40\text{ V}$$

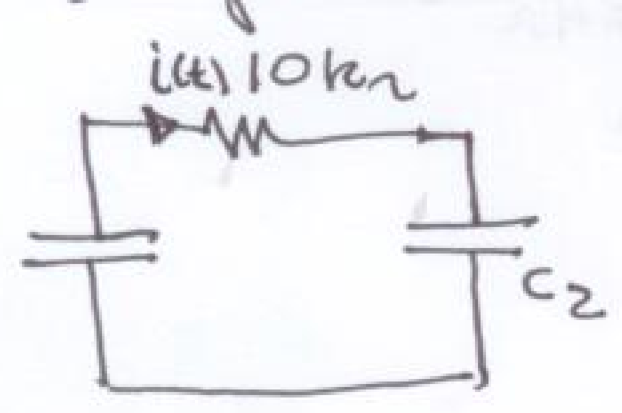
para $\tau \le t$

Calculo de corriente $\quad i(t) = C\,\dfrac{dV_c(t)}{dt}$

$$V_c(t) = \begin{cases} 20\left(1 - e^{-4000t}\right) & 0 \le t \le \tau \\ 52{,}64\,e^{-4000(t-\tau)} - 40 & t \ge \tau \end{cases} \Rightarrow i(t) = \begin{cases} 40\,e^{-4000t}\text{ mA} & 0 \le t < \tau \\ -105{,}28\,e^{-4000(t-\tau)}\text{ mA} & t \ge \tau \end{cases}$$



(P3) En este circuito dado que tenemos dos capacitores en serie por lo que se requiere determinar la corriente por los capacitores para luego con un proceso de integración se calcula el voltaje en cada capacitor



$$i(t) = (I_0 - I_\infty)\,e^{-t/\tau} + I_\infty$$

$$I_0 = \frac{V_{c_1}(0^+) - V_{c_2}(0^+)}{10\text{k}\Omega} = \frac{15 - 25}{10\text{k}\Omega} = \boxed{-1\text{ mA}}$$

$I_\infty = 0$

$$\tau = R \cdot C = 10\text{k}\Omega \times \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 20\text{ ms}$$

$$\boxed{i(t) = e^{-50t}\text{ mA}}$$

En $t = 10\,ms$

$i(t) = e^{-50 \times 10ms} \Rightarrow \boxed{i(10ms) = 0{,}6065\ mA}$

Voltaje final de los capacitores:

$$V_{C_2}(t) = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_c(x)\,dx + V_{C_2}(0^+) = \frac{1}{6\mu F} \cdot \int_0^t -e^{-50x}\,dx + 25\ V$$

$$V_{C_2}(t) = \frac{1}{6\mu F}\left[-\frac{e^{-50x}}{-50}\Bigg|_0^t \times 10^{-3}\right] + 25 = +\frac{10}{3}\left[e^{-50t} - 1\right] + 25 \Rightarrow V_C(t) = +\frac{10}{3}e^{-50t} + \frac{65}{3}$$

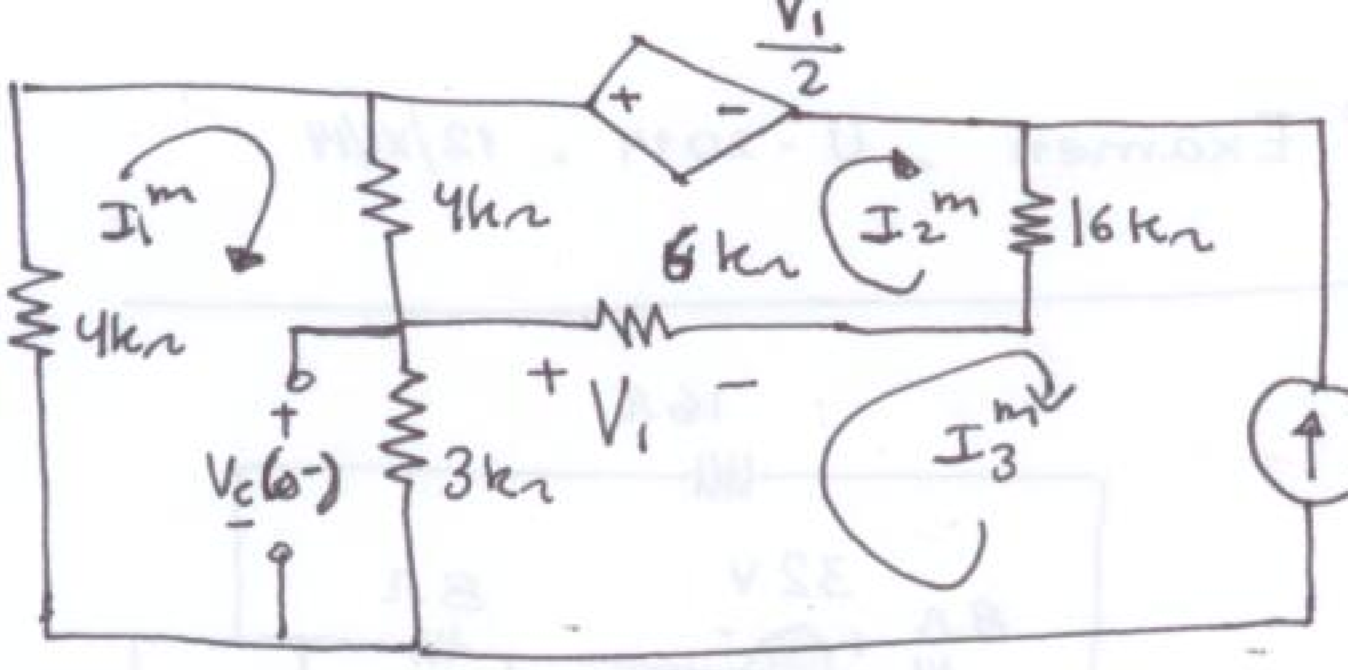
$$\boxed{V_{C_2}(\infty) = \frac{65}{3}\ V} = V_{C_1}(+\infty) = \frac{65}{3}$$

$$V_{C_1}(t) = 10k \cdot i(t) + V_{C_2}(t) \Rightarrow V_{C_1}(t) = -10e^{-50t} + \frac{10}{3}e^{-50t} + \frac{65}{3}$$

$$\boxed{V_{C_1}(t) = -\frac{20}{3}e^{-50t} + \frac{65}{3}}$$

(P4) Determinemos las condiciones iniciales para $V_C(0^-)$

En $t=0^-$ para determinar las condiciones iniciales



$$\boxed{11 I_1^m - 4 I_2^m - 3 I_3^m = 0} \quad \text{I}$$

$$\boxed{0 I_1^m + 0 I_2^m + I_3^m = -22{,}3\, mA} \quad \text{II}$$

$$4k(I_2^m - I_1^m) + \frac{1}{2}(I_3^m - I_2^m)\cdot 6k + (I_2^m - I_3^m)\, 22k$$

$$\boxed{-4 I_1^m + 23 I_2^m - 19 I_3^m = 0} \quad \text{III}$$

Resolviendo Ecuaciones de mallas:

$I_1^m = -13{,}8\ mA$

$I_2^m = -21\ mA$

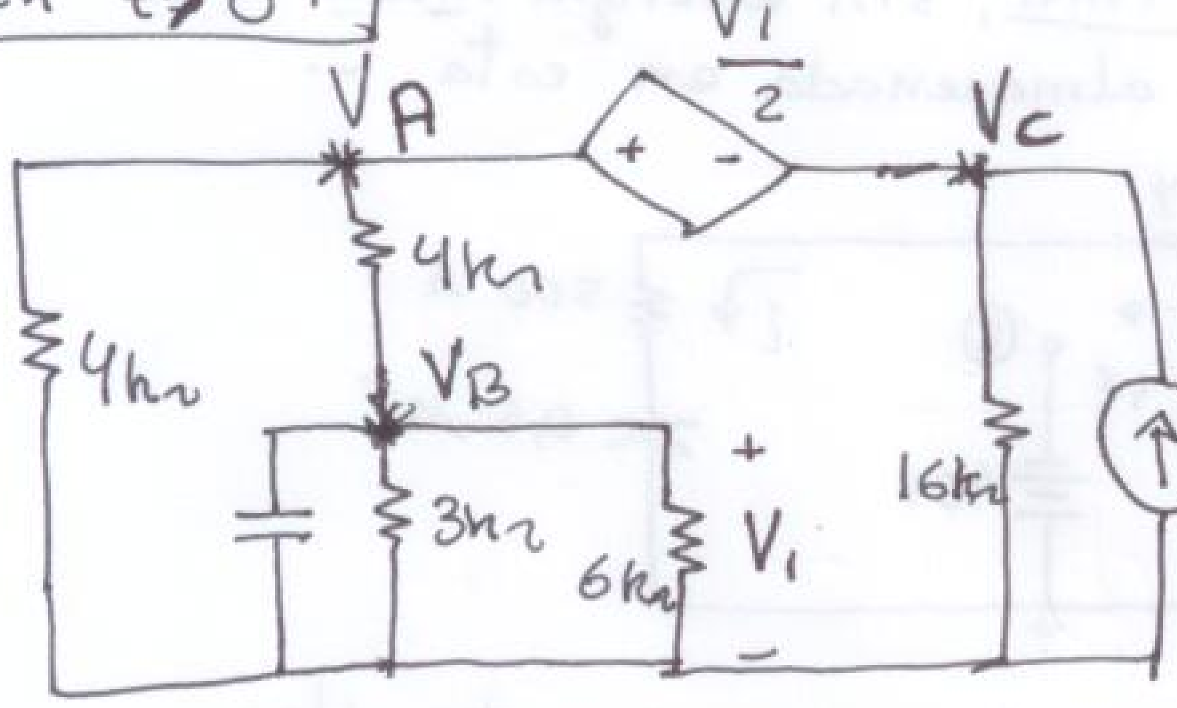
$I_3^m = -22{,}5\ mA$

$v_C(0^-) = 3000(I_1^m - I_2^m) \Rightarrow$

$\boxed{v_C(0^-) = 26{,}20\ V}$

$\boxed{\text{En } t > 0^+}$

Usando método de análisis de nodos



En $t=0^+$ $\boxed{V_1 = V_B}$

$C \rightarrow$ 26,20

$V_B = 26{,}20$

$V_A - V_C = \frac{V_1}{2} \Rightarrow \boxed{V_A - \frac{V_B}{2} - V_C = 0}$ I

$\boxed{V_B = 26{,}20\, V}$ II

Supernodo

$$\frac{V_A}{4k\Omega} + \frac{V_A - V_B}{4k} + \frac{V_C}{16k} = 22{,}5\, mA$$

$$\boxed{V_A\left[\frac{1}{2k}\right] - \frac{V_B}{4k} + \frac{V_C}{16k\Omega} = 22{,}5\, mA} \quad \text{III}$$

Resolviendo sistema de ecuaciones

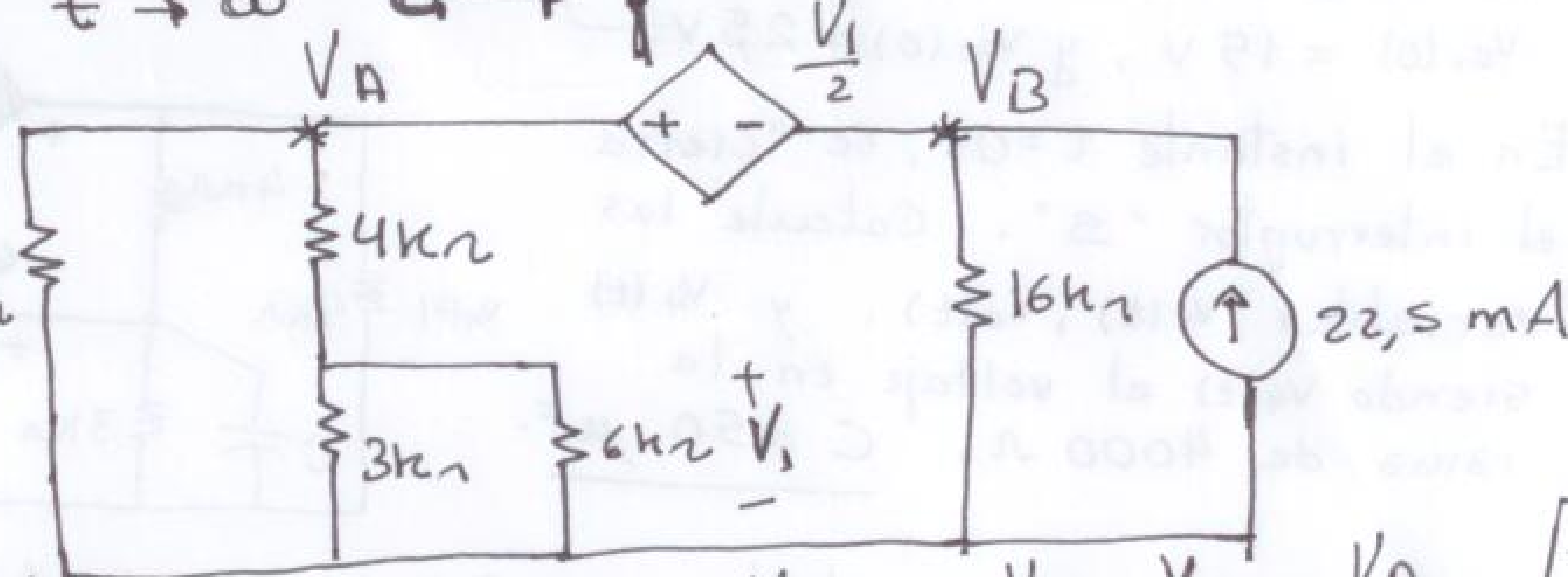
$V_A = 53{,}1$

$V_B = 26{,}20$

$V_C = 40$

luego $V_A = V_4(0^+)$, $V_B = v_C(0^-) = v_C(0^+) = 26{,}20$

En $t \to \infty$ $C \rightarrow$



$V_1 = \frac{V_A \times 2}{6k} \Rightarrow V_1 = \frac{V_A}{3}$ $\quad V_A - V_B = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{V_A}{6}$ $\quad \boxed{V_B = \frac{5 V_A}{6}}$

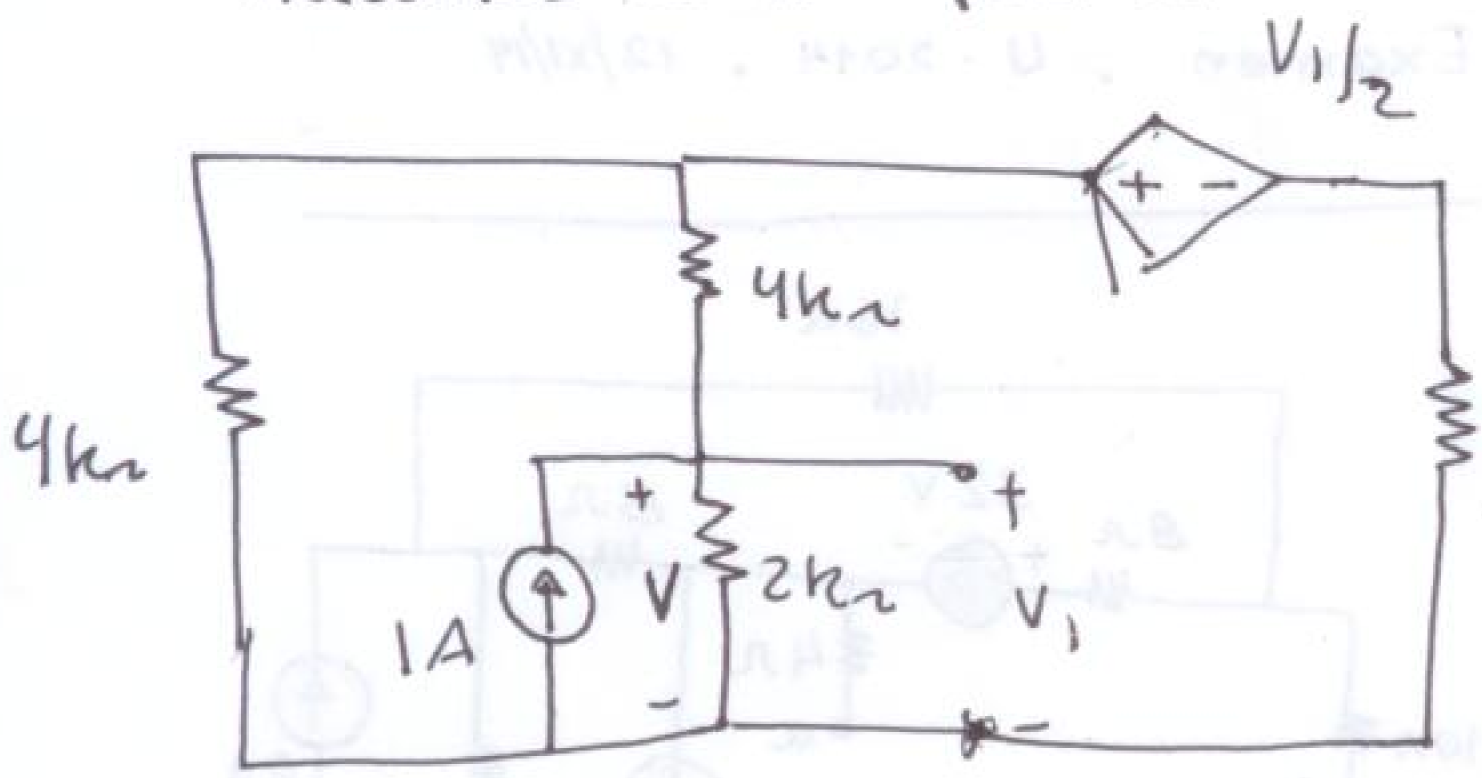
Supernodo: $\frac{V_A}{4k\Omega} + \frac{V_A}{6k} + \frac{V_B}{16k} = 22{,}5\, mA$

Resolviendo: $V_A = 48$ $\quad V_B = 40V$

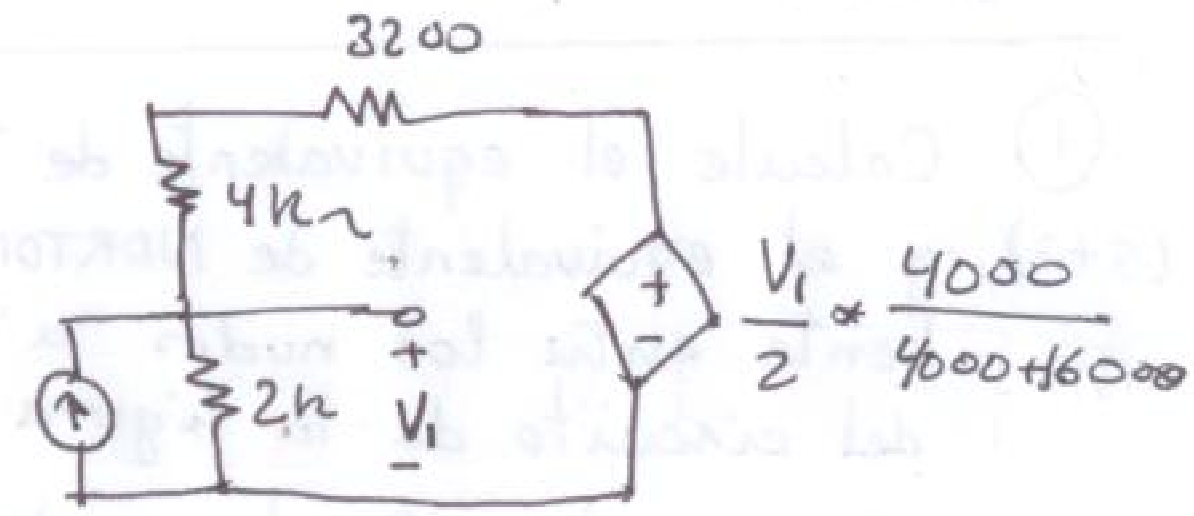
$V_4(\infty) = \boxed{48}$ $\quad V_{C_{\text{Capacitor}}}(\infty) = \frac{48\times}{3} = \boxed{16V}$

Calculo de τ

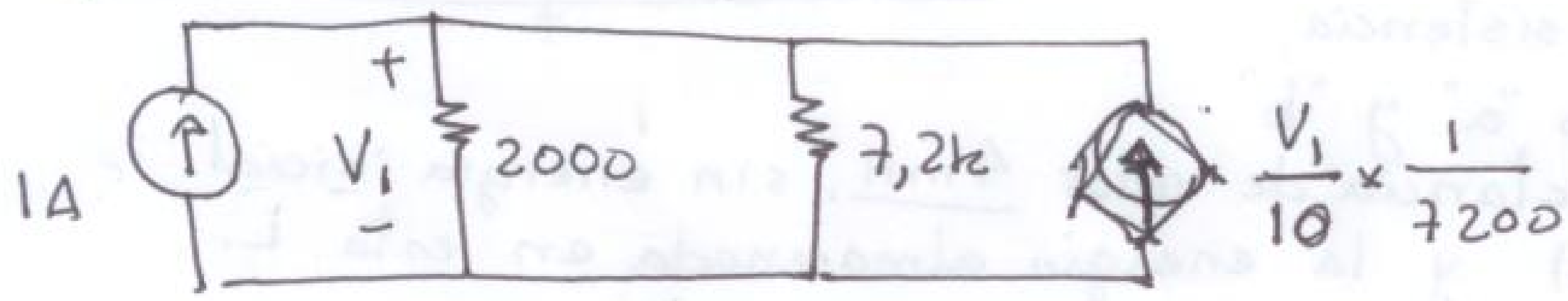
Haciendo la red pasiva:



⇒



⇒



$$\frac{V_1}{2000} + \frac{V_1}{7200} = 1A + \frac{V_1}{72000} \Rightarrow V_1\left[\frac{1}{2000} + \frac{1}{7200} + \frac{1}{72000}\right] = 1$$

$$\frac{V_1}{1} = \frac{1}{\frac{1}{2000} + \frac{1}{7200} + \frac{1}{72000}} \Rightarrow \boxed{R_{th} = 1600\,\Omega}$$

$$\tau = R \cdot C \Rightarrow \tau = 1600 \times 50\,\mu F = 80\,ms$$

$$v_c(t) = (V_0 - V_\infty)\,e^{-t/\tau} + V_\infty \Rightarrow \cancel{v_c(26{,}20} \; v_c(t) = (26{,}20 - 16)\,e^{-12{,}5t} + 16$$

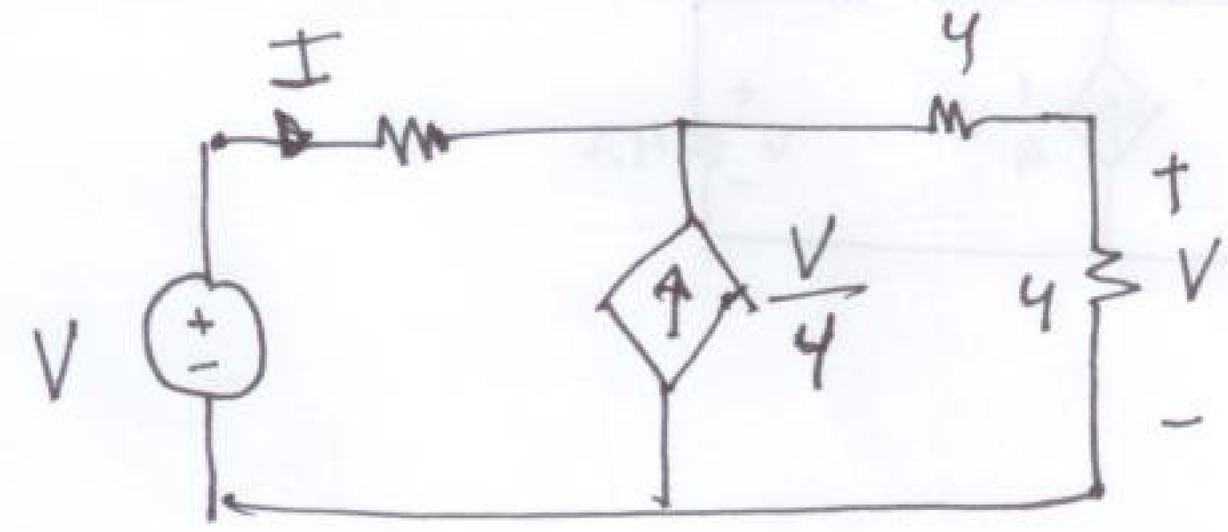
$$\boxed{v_c(t) = 10.20\,e^{-12{,}5t} + 16}$$

$$V_4(t) = (V_0' - V_\infty')\,e^{-t/\tau} + V_\infty' = (53{,}10 - 48)\,e^{-12{,}5t} + 48$$

$$\boxed{V_4(t) = 5.1\,e^{-12{,}5t} + 48}$$

$$\boxed{i_c(t) = C\,\frac{dv_c(t)}{dt} = -6{,}4\,e^{-12{,}5t}\,mA}$$

5 Extra: $V_{th} = 0$ pues es una red pasiva



$$V = 4\left(\frac{V}{4} + I\right) \Rightarrow V = V + 4I$$
$$I = 0$$

Si $I = 0 \Rightarrow \boxed{R_{th} = \infty}$